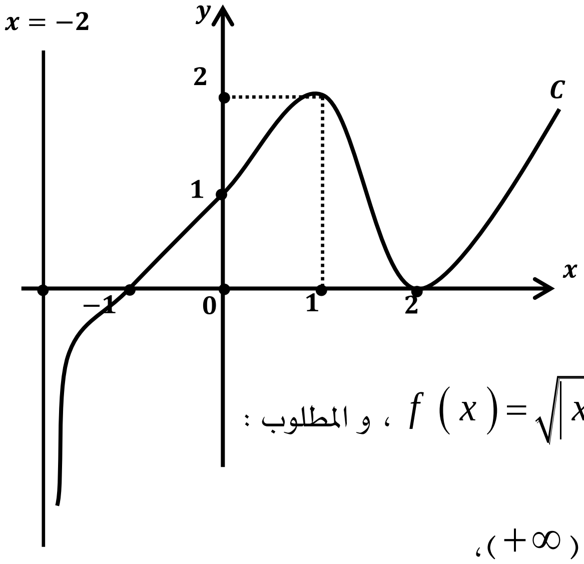
الاسم:	الامتحان الفصلي الأول الدوام الصباحي
الدرجة: ٦٠٠ ، المدة: ثلاث ساعات	الرياضيـــــــات
التاريخ:	الثالث الثانوي العلمي (٢٠٢٢–٢٠٢٣)

أولاً : أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية : (٤٠ درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f والمطلوب:

❶. أوجد نهاية $f(x)$ عند $+\infty$, -2

و اكتب معادلة مقارب الخط C.

❷. اكتب ما للتابع من قيم حدّية محلياً.

❸. أكتب مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$.

❹. أوجد $f\left([1 , 2[\right)$.

السؤال الثاني: C الخط البياني لتابع f المعرَّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\sqrt{|x^2-2|}$ ، و المطلوب :

❶. أوجد نهاية f عند $+\infty$

❷. أثبت أن المستقيم ($\Delta :\ y=x$) مقارب مائل للخط C في جوار ($+\infty$)،

و بين وضع (C) بالنسبة لمقاربه (Δ)

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه مركز ثقله G والنقطة H مركز ثقل المثلث ABC

❶. أثبت أن D , G , H تقع على استقامة واحدة وعيّن موضع G

❷. أوجد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق:

$$\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = \|3\,\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$$

السؤال الرابع: في المستوي العقدي $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقطة M تمثل العدد العقدي z غير المعدوم ، و ليكن $w=\left(\frac{z}{|z|}\right)^2$ ،

و بفرض $z=x+y\,i$ ، $w=X+Y\,i$ ، حيث Y , X , y , x هي أعداد حقيقية، و المطلوب:

❶. احسب Y , X بدلالة y , x .

❷. عيّن مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون عندها w حقيقياً.

❸. أثبت أنّه عندما يكون $z=(1+i)^6$ يكون w حقيقياً

ثانياً : حل التمارين الأربعة الآتية : (٦٠ درجة لكل سؤال)

التمرين الأول: C الخط البياني للتابع f المعرَّف على $[0 , 1]$ وفق: $f(x)=x\sqrt{x(1-x)}$ ، و المطلوب :

❶. ادرس قابلية اشتقاق f عند كل من (0) و (1) .

❷. اكتب معادلة كل مماس للخط C في النقطة ($0 , 0$) و النقطة ($1 , 0$)

❸. اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=\frac{1}{2}$.

التمرين الثاني: $(x_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $x_0=1$, $x_{n+1}=\frac{x_n}{1+x_n}$ ، و $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $y_n=\frac{1}{x_n}$ ،

و المطلوب: ❶. أثبت أن المتتالية y_n حسابية و عيّن أساسها ، و احسب y_0 .

❷. اكتب عبارة y_n ثم x_n بدلالة n.

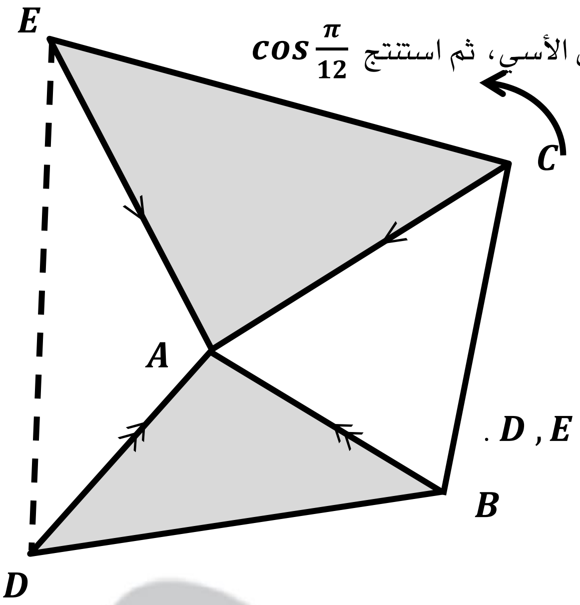
❸. أوجد بدلالة n : $S_n=\frac{1}{x_0}+\frac{1}{x_1}+\ldots\ldots+\frac{1}{x_n}$.

التمرين الثالث: في المستوي العقدي $(O,\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقاط A , B , C التي تمثل الأعداد العقدية $Z_A = \sqrt{3} - i$ ، $Z_B = 1 + \sqrt{3}i$ ، $Z_C = Z_A + Z_B$ ، و المطلوب:

❶. اكتب بالشكل الأسي كلاً من العددين Z_A ، Z_B .

❷. احسب $\frac{Z_B}{Z_A}$ ، ثم استنتج نوع المثلث AOB .

❸. إذا علمت أنّ $\left(\vec{u}\,,\overrightarrow{OC}\right) = \frac{\pi}{12}$ ، اكتب العدد العقدي Z_C بالشكل الأسي، ثم استنتج $cos\frac{\pi}{12}$



التمرين الرابع: نتأمل في المستوي ABC مثلثاً مباشر التوجيه كيفياً،

و ليكن ADB ، ACE مثلثين قائمين في A

و متساويي الساقين مباشرين، نختار معلماً مباشراً مبدؤه A ،

و نرمز بالرمزين b , c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B , C ، و المطلوب:

❶. احسب بدلالة b , c العددين العقديين الممثلين e , d الممثلين للنقطتين E , D .

❷. احسب $\frac{d-c}{b-e}$ ، ثم استنتج أن : $EB \perp CD$ ، $EB = CD$.

❸. أثبت أنه حتى يكون الرباعي $CBDE$ مربعاً،

يجب أن يحقق المساواة $c = i\,b$ ، و استنتج عندئذٍ نوع المثلث ABC .

ثالثاً : حل كل من المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0\,,+\infty[$ وفق : $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+2}{2x}$

❶. أوجد نهاية f عند (0) و عند $(+\infty)$، و اكتب معادلة المقارب الشاقولي للخط C.

❷. أوجد معادلة المقارب المائل (Δ) للخط C.

❸. ادرس تغيرات التابع f و نظم جدولاً بها ، و دلَّ على القيمة الحدّية محلّياً.

❸. ارسم كل مقارب وجدته ، و ارسم C.

❹. نعرف متتالية $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ وفق: $u_0=2$, $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2+2}{2u_n}$ و المطلوب :

① . أثبت بالتدريج أيّاً كان العدد الطبيعي n أن $\sqrt{2}\leq u_{n+1}\leq u_n$.

② . أثبت أن المتتالية $\left(u_n\right)_{n\geq 0}$ متقاربة ، و احسب نهايتها.

المسألة الثانية: نتأمل في معلم متجانس $\left(O;\ \vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقاط: $A(1,2,3)$, $B(3,2,3)$, $C(2,-1,0)$

❶. أثبت أن النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة.

❷. عند أي قيمة للوسيط λ تنتمي النقطة $H(-2,-1,\lambda)$ إلى المستوي ABC ؟

❸. جد العدد الحقيقي k الذي يجعل النقطة $N(k,0,1)$ متساوية البعد عن A , B

❹. بفرض $F(2,\alpha,1)$ أثبت أن المثلث ABF متساوي الساقين، أياً كان العدد الحقيقي α

❺. بفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$

أثبت أن المستقيم (AB) يوازي المستقيم (CG)

❖❖انتهت الأسئلة❖❖